

## MAI 2 - domácí úkol ze cvičení 1

### Integrály:

Na maximálních možných intervalech najděte primitivní funkci :

1. Jednoduché příklady:

$$\int \left(5\sqrt{x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx ; \int \frac{x^3 - 1}{2x} dx ; \int \operatorname{tg}^2 u du ;$$
$$\int (3x - 2)^6 dx ; \int \sqrt[3]{(1 - 2x)^2} dx ; \int \frac{1}{5 - x} dx ;$$
$$\int \frac{1}{4 + x} dx ; \int \frac{1}{4 + x^2} dx ; \int \frac{1}{1 + 4x^2} dx ; \int \frac{1}{x^2 + 4x + 7} dx ;$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x}} dx ; \int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx ;$$

2. Integrace per partes:

$$\int x^2 \cos x dx ; \int x^3 \ln x dx ; \int \ln^2 x dx ; \int x \operatorname{arctg} x dx ; \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$$
$$\int \sin^2 x dx \text{ nebo } \int \cos^2 x dx ;$$
$$\int x^n e^x dx , n \in \mathbb{N} .$$

A chcete-li, zkuste

### Užití Lagrangeovy věty o střední hodnotě funkce :

a) Ukažte, že pro všechna  $x, y \in \mathbb{R}$  platí nerovnosti

$$(i) \quad |\sin x - \sin y| \leq |x - y| ;$$

$$(ii) \quad |\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y| \leq |x - y| \text{ pro všechna } x, y \in \mathbb{R} .$$

Zkuste zobecnit.

b) Spočítejte (s užitím věty o střední hodnotě a srovnejte s „dřívějším“ způsobem výpočtu limity):

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x}) ; \quad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{\sqrt{x+1}} - e^{\sqrt{x}}) .$$